

Äänen nopeuden mittaaminen

Miikka Koskinen

2.5.2005

Sisältö

1	Yhteenveto	2
2	Lähtökohdat	2
2.1	Teoria	2
2.1.1	Seisova aaltoliike	2
2.1.2	Kirjallisuuden arvo	3
2.2	Käytetyt merkinnät	3
3	Mittaukset	3
3.1	Mittaus Kundt'n putken avulla	3
3.2	Mittaus resonanssiputkella	4
3.3	Mittaus mikrofonilla ja oskilloskoopilla	4
4	Havainnot ja laskut	4
4.1	Mittaus Kundt'n putken avulla	4
4.1.1	Laskut	4
4.1.2	Esimerkilasku	5
4.1.3	Lopputulos ja päätelmät	5
4.2	Mittaus resonanssiputkella	5
4.2.1	Mittaukset	5
4.2.2	Mittaukset	6
4.2.3	Lopputulos ja havainnot	7
4.3	Mittaus mikrofonilla ja oskilloskoopilla	7
4.3.1	Laskut	7
4.3.2	Lopputulos ja havainnot	8
5	Työn ja tulosten tarkastelu	8
6	Lähteet	8
6.1	Kirjalliset lähteet	8

1 Yhteenveto

Mitattiin äänen nopeus Kundt'n putkella, resonanssiputkella sekä oskilloskoopin ja mikrofonin avulla. Kaikkien mittauksien keskiarvona äänen nopeudeksi saatiin $(343 \pm 11) \frac{m}{s}$.

2 Lähtökohdat

2.1 Teoria

Äänen nopeuden mittaaminen toteutettiin kolmella tavalla: Kundt'n putken avulla, resonanssiputken avulla sekä mikrofonilla ja oskilloskoopilla seisovan aaltoliikkeen avulla. Kaikki mittaustavat perustuvat aaltoliikkeen perusyhtälöön.

$$v = f\lambda \quad (1)$$

Jokaisessa mittauksessa ääntä tuotettiin tietyllä taajuudella f . Tämän jälkeen mitattiin aallonpituus λ . Näiden avulla voidaan laskea äänelle nopeus sijoittamalla arvot yllä olevaan yhtälöön.

2.1.1 Seisova aaltoliike

Kun kaksi vastakkaisuuntaista aaltoliikettä interferoi siten, että molemmilla on sama taajuus ja amplitudi, muodostuu seisova aaltoliike. Vastakkaisiin suuntiin kulkevat aallot muodostuvat usein heijastumalla. Seisovassa aaltoliikkeessä vaihe ei etene, jolloin solmut, kohdat, joissa aaltojen nollakohdat osuvat päällekkäin, eivät etene.

2.1.2 Kirjallisuuden arvo

Kuten jatkossa selviää, kaikki mittaukset tapahtuivat noin $24,0\text{ }^{\circ}\text{C}$ lämpötilassa. Tätä työtä varten meille ei annettu varsinaista kirjallisuuden arvoa äänen nopeudelle. Lähin taulukkokirjasta löytyvä arvo taas on äänen nopeus lämpötilassa $20,0^{\circ}\text{C}$. Niinpä käytämmekin kirjallisuuden arvona ohjeissa annetulla yhtälöllä laskettua nopeutta. Äänen nopeus kaasussa:

$$v = \sqrt{\frac{\gamma RT}{M}} \quad (2)$$

missä

$\gamma = \frac{c_p}{c_v}$	c_p kaasun ominaislämpökapasiteetti vakio paineessa c_v kaasun ominaislämpökapasiteetti vakio tilavuudessa
$R = 8,314 \frac{\text{J}}{\text{mol} \cdot \text{K}}$	yleinen kaasuvakio
T	lämpötila
M	kaasun molekyylipaino

Ilmalle $\gamma = 1,40$ ja $M = 29 * 10^{-3} \frac{\text{kg}}{\text{mol}}$. Mittausten aikana lämpötila oli $T = 24,0\text{ }^{\circ}\text{C} = 297,15\text{ K}$. Sijoitetaan arvot yhtälöön.

$$\begin{aligned} v &= \sqrt{\frac{\gamma RT}{M}} \\ &= \sqrt{\frac{1,40 * 8,314 \frac{\text{J}}{\text{mol} \cdot \text{K}} * 297,15\text{ K}}{29 * 10^{-3} \frac{\text{kg}}{\text{mol}}}} \\ &= 345,34875625 \frac{\text{m}}{\text{s}} \\ &\approx 345 \frac{\text{m}}{\text{s}} \end{aligned}$$

Yksikkötarkastelu:

$$\begin{aligned} [v] &= \sqrt{\frac{[\gamma][R][T]}{[M]}} \\ &= \sqrt{\frac{1 * \frac{\text{J}}{\text{mol} \cdot \text{K}} * \text{K}}{\frac{\text{kg}}{\text{mol}}}} \\ &= \sqrt{\frac{\text{J}}{\text{mol}} * \frac{\text{mol}}{\text{kg}}} \\ &= \sqrt{\frac{\text{kg} \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2}}{\text{kg}}} \\ &= \sqrt{\frac{\text{m}^2}{\text{s}^2}} \\ &= \frac{\text{m}}{\text{s}} \end{aligned}$$

2.2 Käytetyt merkinnät

Käytetyt merkinnät käyvät ilmi taulukosta 1.

3 Mittaukset

3.1 Mittaus Kundt'n putken avulla

Kundtin putki on pitkä lasiputki, jossa on hienojakoista korkkijauhetta. Putken toisessa päässä on kaiutin ja toisessa päässä mäntä, jonka avulla putken pituus muutettavissa. Funktiogeneraattorilta kaiuttimen kautta

a	kahden solmun välinen etäisyys
f	taajuus
n	aallonpuolikkaiden lukumäärä
v	nopeus
λ	aallonpituus

Taulukko 1: Käytetyt merkinnät

putkeen johdettiin tietyn taajuinen ääniaalto. Aluksi äänen taajuutta muutettiin, kunnes putkeen muodostui seisova ääniaalto. Tällöin putken korkkijauhut muodostivat kumpuja ja niitten ollessa korkeimmillaan seisova aaltoliike oli täydellisimmillään. Aallonpituus kirjattiin ylös ja tämän jälkeen mitattiin kaden mahdollisimman kaukana toisistaan olevan solmun väli a . Näin ollen aallonpituus voitiin laskea kaavalla

$$\lambda = 2\frac{a}{n} \quad (3)$$

missä n on puolikkaiden aaltojen määrä.

3.2 Mittaus resonanssiputkella

Resonanssiputki on pystysuora putki, joka on täynnä vettä ja joka oli yhdistetty putkella erilliseen vapaasti liikuteltavaan astiaan. Vedenpinnan tasoa saattoi muuttaa nostamalla ja laskemalla sivuastiaa. Aluksi veden pinta nostettiin mahdollisimman ylös. Tämän jälkeen otettiin äänirauta, jonka tuottaman äänen taajuus tunnettiin. Äänirauta napautettiin soimaan ja asetettiin putken yläpäähän. Tämän jälkeen veden pintaa alettiin laskea, kunnes löytyi kohta, jossa äänen voimakkuus suureni merkittävästi. Matka tästä kohdasta putken yläosaan on $\frac{1}{4}\lambda$. Samalla etsittiin toinen resonanssikohta puoleen aallon päästä kohdassa $\frac{3}{4}\lambda$. Mittaus suoritettiin kolmella eri ääniraudalla.

3.3 Mittaus mikrofonilla ja oskilloskoopilla

Mittauslaitteisto koostui läpinäkyvästä muovisesta resonanssiputkesta, jonka toisessa päässä oli kovaääninen ja toisessa liikuteltava mikrofoni. Kovaääniseen oli kytketty funktiogeneraattori ja mikrofonin oskilloskooppi. Mittaus aloitettiin etsimällä seisovan aaltoliikkeen resonanssitajuuksia. Tällaisen aallon amplitudi havaitaan mikrofonin kautta erityisen suurena, mikä nähdään myös oskilloskoopin käyrässä. Tämä johtuu siitä, että kaksi samanlaista, mutta vastakkaisuuntaista aaltoa interferoivat seisovassa aaltoliikkeessä, jolloin aallon amplitudi on kaksinkertainen. Resonanssitajuuden löydyttyä mitattiin kahden peräkkäisen solmukohdan välimatka mikrofoni liikuttelemalla. Tämä välimatka, $d_2 - d_1$, on puolen aallonpituuden mittainen, kuten seisovan aaltoliikkeen teoriasta käy ilmi. Solmukohdat ilmenivät oskilloskoopin näytöllä lähes vaakasuorana viivana. Sama mittaus toistettiin neljällä eri aallonpituudella.

4 Havainnot ja laskut

4.1 Mittaus Kundt'n putken avulla

Mitattiin arvot, jotka löytyvät taulukosta 2.

f (Hz)	Δf (Hz)	n	a (m)	Δa (m)
1035	± 1	7	1,13	$\pm 0,01$
1050	± 5	7	1,13	$\pm 0,01$
1273	± 2	8	1,07	$\pm 0,01$

Taulukko 2: Mitatut arvot

Mittauksen aikana huoneen lämpötila oli $24,0\text{ }^\circ\text{C}$.

4.1.1 Laskut

Mitatuista arvoista laskemalla saatiin seuraavat tulokset, jotka löytyvät taulukosta 3. Tulosten keskiarvo: $v = (337 \pm 5) \frac{\text{m}}{\text{s}}$.

λ (m)	$\Delta\lambda$ (%)	v ($\frac{m}{s}$)	Δv ($\frac{m}{s}$)
0,322857	$\pm 0,9$	334	± 4
0,320000	$\pm 0,9$	336	± 5
0,267500	$\pm 1,0$	341	± 4

Taulukko 3: Lasketut arvot

4.1.2 Esimerkkilasku

Sijoitetaan a ja n yhtälöön (3).

$$\begin{aligned}\lambda &= 2\frac{a}{n} \\ &= 2\frac{1,13\text{ m}}{7} \\ &= 0,322857\text{m}\end{aligned}$$

Sijoitetaan tulokseksi saatu aallonpituus λ sekä taajuus f aaltoliikkeen perusyhtälöön (1).

$$\begin{aligned}v &= f\lambda \\ &= 1035\text{ Hz} * 0,322857\text{ m} \\ &= 334,156\frac{\text{m}}{\text{s}} \\ &\approx 334\frac{\text{m}}{\text{s}}\end{aligned}$$

Suoritetaan epävarmuuslaskut:

$$\begin{aligned}\left|\frac{\Delta\lambda}{\lambda}\right| &\leq \left|\frac{\Delta a}{a}\right| \\ &\leq \left|\frac{0,01\text{ m}}{1,13\text{ m}}\right| \\ &\leq 0,0088496 \\ &< 0,9\%\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\left|\frac{\Delta v}{v}\right| &\leq \left|\frac{\Delta f}{f}\right| + \left|\frac{\Delta\lambda}{\lambda}\right| \\ &\leq \left|\frac{1\text{ Hz}}{1035\text{ Hz}}\right| + 0,0088495 \\ &\leq 0,00981574 \\ |\Delta v| &\leq 3,27845\frac{\text{m}}{\text{s}} \\ &< 4\frac{\text{m}}{\text{s}}\end{aligned}$$

4.1.3 Lopputulos ja päätelmät

Tulokseksi saatiin keskimäärin $v = (337 \pm 5) \frac{m}{s}$. Kirjallisuuden arvo, noin $v = 345 \frac{m}{s}$, ei aivan mahdu virherajojen sisään.

4.2 Mittaus resonanssiputkella

4.2.1 Mittaukset

Mitattiin taulukosta 4.2.1 löytyvät arvot.

Huoneen lämpötila oli mittauksen aikana $23,9\text{ }^{\circ}\text{C}$.

f (Hz)	$\frac{1}{4}\lambda$ (cm)	$\Delta(\frac{1}{4}\lambda)$ (cm)	$\frac{3}{4}\lambda$ (cm)	$\Delta(\frac{3}{4}\lambda)$ (cm)
435	18,6	0,2	58,8	0,2
384	21,3	0,2	65,7	0,3
$341\frac{1}{2}$	23,0	0,2	74,2	0,2

Taulukko 4: Resonanssiputkella mitatut arvot

4.2.2 Mittaukset

Mitatuista arvoista laskettiin arvot, jotka näkyvät taulukossa 4.2.2.

λ (m)	$\Delta\lambda$ (m)	v ($\frac{m}{s}$)	Δv ($\frac{m}{s}$)
0,744	0,004	324	3
0,888	0,005	341	3
1,006	0,004	344	3

Taulukko 5: Mittaus resonanssiputkella: lasketut arvot

Taulukosta nähdään, että ensimmäisen mittauksen perusteella laskettu äänen nopeus on selvästi pienempi kuin kirjallisuuden arvo. Jälkimmäiset arvot ovat huomattavasti lähempänä. Ilmeisesti ensimmäisen mittauksen kohdalla on tullut karkea virhe. Niinpä sitä ei oteta huomioon jatkossa.

Laskuesimerkki:

$$\begin{aligned}\lambda &= 2\left(\frac{3}{4}\lambda - \frac{1}{4}\lambda\right) \\ &= 2(0,558 \text{ m} - 0,186 \text{ m}) \\ &= 0,744 \text{ m}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}v &= f\lambda \\ &= 435 \text{ Hz} * 0,744 \text{ m} \\ &= 323,640 \frac{\text{m}}{\text{s}} \\ &\approx 324 \frac{\text{m}}{\text{s}}\end{aligned}$$

Epävarmuuslaskuesimerkki:

$$\begin{aligned}|\Delta\lambda| &\leq |\Delta(\frac{1}{4}\lambda)| + |\Delta(\frac{3}{4}\lambda)| \\ &\leq 0,002 \text{ m} + 0,002 \text{ m} \\ &\leq 0,004 \text{ m}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\left|\frac{\Delta v}{v}\right| &\leq \left|\frac{\Delta f}{f}\right| + \left|\frac{\Delta\lambda}{\lambda}\right| \\ &\leq \frac{1}{435 \text{ Hz}} + \frac{0,004 \text{ m}}{0,744 \text{ m}} \\ &\leq 0,00767519 \\ |\Delta v| &\leq 0,00767519 * 324,640 \frac{\text{m}}{\text{s}} \\ &\leq 2,483999 \\ &< 3 \frac{\text{m}}{\text{s}}\end{aligned}$$

f (Hz)	d_1 (cm)	d_2 (cm)
1239	8,5	22,9
1630	7,3	18,0
2012	6,3	15,0
2825	5,0	11,1
Δ 2	Δ 0,1	Δ 0,1

Taulukko 6: Mitatut arvot

$\frac{\lambda}{2}$ (m)	v $\frac{m}{s}$
0,141	349,398 \approx 349
0,107	348,820 \approx 349
0,087	351,654 \approx 352
0,061	344,650 \approx 345

Taulukko 7: Lasketut arvot

4.2.3 Lopputulos ja havainnot

Kun edellä mainittu karkea virhe hylättiin, saatiin äänen nopeudeksi keskimäärin $v = (343 \pm 3) \frac{m}{s}$. Kirjallisuuden arvo mahtuu virherajojen sisään ja arvo on mielestäni varsin hyvä.

4.3 Mittaus mikrofonilla ja oskilloskoopilla

Mittasimme arvot, jotka löytyvät taulukosta 6.

Mittauksen aikana putken lämpötila oli keskimäärin $(24,0 \pm 0,1)^\circ C$.

4.3.1 Laskut

Laskemalla saatiin taulukosta 7 löytyvä löytyvät arvot.

Laskuesimerkki:

$$\begin{aligned}\frac{\lambda}{2} &= d_2 - d_1 \\ &= 22,9 \text{ cm} - 8,8 \text{ cm}\end{aligned}$$

Sijoitetaan arvot aaltoliikkeen perusyhtälöön.

$$\begin{aligned}v &= f\lambda \\ &= 2f\frac{\lambda}{2} \\ &= 2 * 1239 \text{ Hz} * 0,141 \text{ m} \\ &= 349,398 \frac{m}{s} \\ &\approx 349 \frac{m}{s}\end{aligned}$$

Epävarmuuslaskuesimerkki:

$$\begin{aligned}|\Delta\lambda| &\leq |\Delta d_1| + |\Delta d_2| \\ &\leq 0,001 \text{ m} + 0,001 \text{ m} \\ &\leq 0,002 \text{ m}\end{aligned}$$

$$\left|\frac{\Delta v}{v}\right| \leq \left|\frac{\Delta f}{f}\right| + \left|\frac{\Delta\lambda}{\lambda}\right|$$

$$\begin{aligned} |\Delta v| &\leq \left(\frac{\Delta f}{f} + \frac{\Delta \lambda}{\lambda} \right) * v \\ &\leq \frac{2 \text{ Hz}}{1239 \text{ Hz}} + \frac{0,002 \text{ m}}{0,141 \text{ m}} * 349,398 \frac{\text{m}}{\text{s}} \\ &\leq 5,51999 \frac{\text{m}}{\text{s}} \\ &< 6 \frac{\text{m}}{\text{s}} \end{aligned}$$

4.3.2 Lopputulos ja havainnot

Keskimäärin äänen nopeudeksi saatiin $v = (349 \pm 6) \frac{\text{m}}{\text{s}}$. Jälleen kirjallisuuden arvo jää virherajojen sisään, jotka tosin ovat aika isot.

5 Työn ja tulosten tarkastelu

Itse työt olivat varsin helppoja toteuttaa ja kenties sen seurauksena toteutuimme ne hieman hutiloivalla asenteella. Tämä kostautui esimerkiksi sillä, että eräs mittauksistamme sisältää selkeästi karkean virheen siitäkin huolimatta, että toistimme osan mittauksista. Toisaalta, saatu tulos $v = (343 \pm 11) \frac{\text{m}}{\text{s}}$, kuitenkin on kohtuullisen lähellä kirjallisuuden arvoa $v = 345 \frac{\text{m}}{\text{s}}$, joten ei tämä nyt varmaankaan ihan päin honkia mennyt. Eniten työssä päänvaivaa tuottivat epävarmuuslaskut, sillä kukaan ei tuntunut tietävän mitään niistä tai jos tiesivätkin, asiasta oltiin epävarmoja.

6 Lähteet

6.1 Kirjalliset lähteet

- MAOL-taulukot (1.-4. painos uudistettu painos, Otava 2003)
- Laitinen, Mäkelä, Soininen, Tuomola: Kaavasto - Matematiikan, fysiikan, mekaniikan ja lujuusopin peruskaavoja (19. painos, Gummerus 1997)