Kimmokertoimen määrittäminen venyttämällä

Miikka Koskinen

9.5.2005

Sisältö

1 Yhteenveto

Teräslangan kimmokertoimeksi määritettiin venyttämällä erilaisilla painoilla $E = (163 \pm 6) * 10^9\ \frac{N}{m^2}$.

2 Lähtökohdat

Kimmoisuus tarkoittaa aineen ominaisuutta, joka pyrkii palauttamaan aineen alkuperäisen muodon ja tilavuuden, kun jokin on sitä muuttanut. Aineen kimmoisuutta kuvataan kahdella aineesta riippuvalla vakiolla, kimmokertoimella E ja liukukertoimella G. Kimmokerrointa käytetään, kun vaikuttava voima on kohtisuorassa pintaa vastaan (puristus ja venytys). Liukukerroin liittyy pinnan suuntaiseen voimaan (vääntö). Kimmokerroin ja liukukerroin kuvaavat aineen kykyä palautua venytyksestä, puristuksesta ja väännöstä. Mitä suurempia arvot ovat, sitä pienempi vaikutus kappaleen muotoon ja tilavuuteen samalla vaikuttavalla voimalla on.

Mittauksessamme voima F jännittää tasa-ainesta, poikkileikkaukseltaan pyöreää lankaa, jonka pituus on l ja poikkipinta-ala A. Se aiheuttaa langassa venymän Δl. Tällöin on voimassa Hooken laki.

$$\sigma = E\epsilon \tag{1}$$

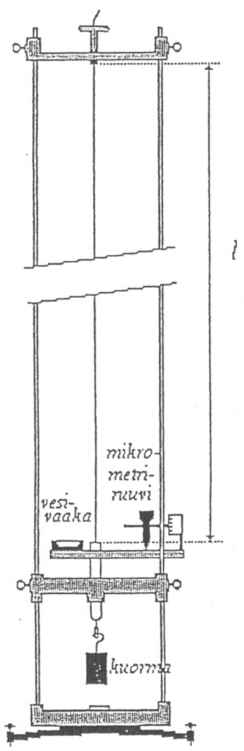
Yhtälö voidaan ratkaista seuraavasti:

$$\begin{aligned} \frac{F}{A} &= E\frac{\Delta l}{l} \\ \Delta l &= \frac{l}{EA}F \end{aligned}$$

2.1 Käytety merkinnät

Δl	venymä
A	langan poikkipinta-ala
E	langan materiaalin kimmokerroin
d	langan halkaisija
k	kulmakerroin
l	langan pituus

Taulukko 1: Käytetyt merkinnät



Kuva 1: Mittausasetelma

3 Mittaukset

Mittausasetelma oli kuvan 1 mukainen. Aluksi säädettiin vesivaaka tasapainoon mikrometriruuvia säätämällä. Mikrometriruuvin lukema merkittiin ylös. Tämän jälkeen langan päähän lisättiin eri suuruisia painoja. Kuormituksesta johtuen vesivaaka menee pois tasapainosta, joten se säädettiin uudelleen ja jälleen luettiin uusi lukema. Alkulukeman ja uuden lukeman erotus on langan venymä. Mittaus toistettiin kuudella erisuuruisella painolla. Lisäksi mitattiin langan pituus metrimitalla sekä langan halkaisija mikrometriruuvilla.

4 Mittaustulokset ja laskut

4.1 Mittaustulokset

Mittauksista saamamme tulokset ovat taulukoissa 2 ja 3.

Kuormitusvoima F $[N]$	Venymä Δl (mm)
10	0,18
20	0,32
30	0,45
40	0,59
50	0,72
60	0,88

Taulukko 2: Mittaustulokset

langan pituus	$l = (1{,}075 \pm 0{,}003)m$
langan halkaisija	$d = (0{,}755 \pm 0{,}005)mm$

Taulukko 3: Mittaustulokset

4.2 Laskut

Mitatuista arvoista (taulukko 2) piirrettiin kuvaaja 2. Kuvaajasta saatiin kulmakerroin $k = (1{,}47363 * 10^{-5} \pm 2{,}2 * 10^{-7})\ \frac{m}{N}$. Hooken lain ratkaistuun muoto on muotoa $y = kx$. Niinpä kulmakerroin k voidaan sijoittaa siihen:

$$\begin{aligned} \Delta l &= \frac{l}{EA} F \\ &= kF \end{aligned}$$

Tästä seuraa:

$$\begin{aligned} k &= \frac{l}{EA} \\ E &= \frac{l}{kA} \end{aligned}$$

Lasketaan A:

$$\begin{aligned} A &= \pi r^2 \\ &= \pi (\frac{d}{2})^2 \\ &= \pi (\frac{7{,}55 * 10^{-4}\ m}{2})^2 \\ &= 4{,}47696 * 10^{-7} m^2 \end{aligned}$$

Sijoitetaan arvot.

$$\begin{aligned} E &= \frac{l}{kA} \\ &= \frac{1{,}075\ m}{1{,}47363 * 10^{-5}\ \frac{m}{N} * 4{,}47696 * 10^{-7}\ m^2} \\ &= 1{,}632495 * 10^{11}\ \frac{N}{m^2} \\ &\approx 163 * 10^9\ \frac{N}{m^2} \end{aligned}$$

Epävarmuuslasku:

$$\begin{aligned} |\frac{\Delta E}{E}| &\leq |\frac{\Delta l}{l}| + |\frac{\Delta k}{k}| + |\frac{\Delta A}{A}| \\ |\Delta E| &\leq (|\frac{\Delta l}{l}| + |\frac{\Delta k}{k}| + 2 * |\frac{\Delta d}{d}|) * E \\ &\leq (\frac{0{,}003\ m}{1{,}075\ m} + \frac{2{,}2 * 10^{-7}\ \frac{m}{N}}{1{,}47363 * 10^{-5}\ \frac{m}{N}} + 2 * \frac{0{,}005\ mm}{0{,}755\ mm}) * 1{,}632495 * 10^{11}\ \frac{N}{m^2} \\ &\leq 5{,}05499 * 10^9\ \frac{N}{m^2} \approx 6 * 10^9\ \frac{N}{m^2} \end{aligned}$$

4.3 Lopputulos

Teräslangan kimmokertoimeksi saatiin $E = (163 \pm 6) * 10^9\ \frac{N}{m^2}$.

5 Tulosten tarkastelu

Työn suhteen kävi niin, että työn ohjaaja unohti toimittaa meille virallisen arvon. Tämän vuoksi on hieman vaikea sanoa mitään tuloksen tarkkuudesta. Oleg Grenrus kuitenkin ilmoitti, että hän aikanaan oli samasta työstä saanut tulokseksi $184 * 10^9\ \frac{N}{m^2}$. Arvot ovat kohtalaisen lähellä toisiaan. Lanka on myös mahdollisesti venyttelystä johtuen menettänyt kimmoisuuttaan ajan kuluessa. Oma tulokseni poikkennee muista ryhmäni tuloksista, sillä teimme työstä koululla kuvaajan, jonka myöhemmin kadotin. Niinpä jouduin tekemään itse uuden kuvaajan, jonka kulmakerrointa käytin tässä työssä. Ilmeisesti onnistuin hutiloimaan jommassa kummassa tapauksessa syöttäessäni arvoja, koska kulmakertoimet eriävät. SAMKin kuvaaja kuitenkin lienee muutenkin virheellinen. Sen teossa oli aikanaan omat ongelmansa.

Työn työpöytäkirja on jokseenkin puutteellinen, sillä teimme tämän työn aivan lopuksi emmekä jaksaneet täyttää pöytäkirjaa välttämätöntä määrää enempää.

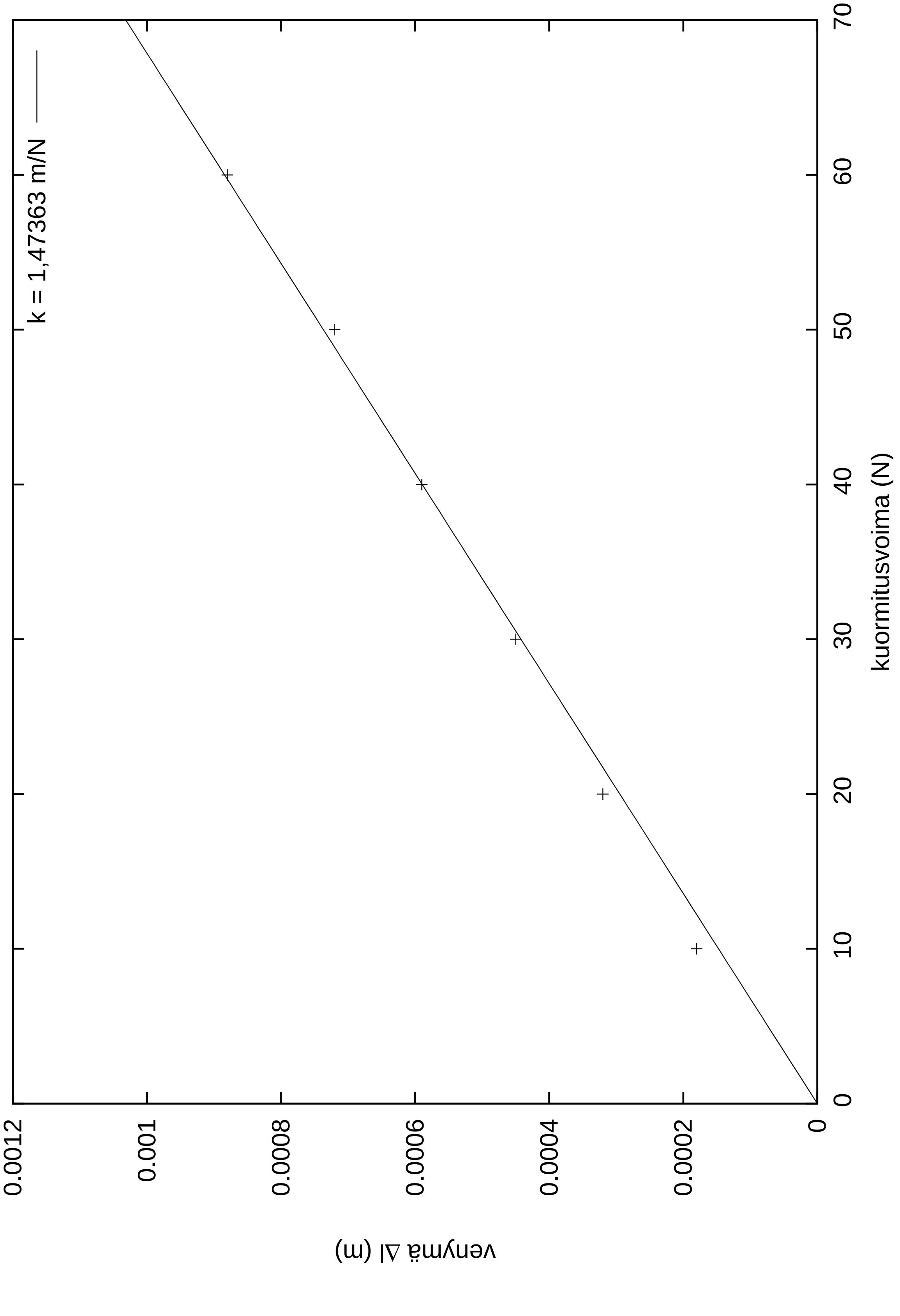
6 Lähteet

6.1 Kirjallisuuslähteet

- MAOL-taulukot (1.-4. uudistettu painos, Otava 2003)

6.2 Suulliset lähteet

Oleg Grenrus ystävällisesti ilmoitti oman tuloksensa kirjallisuusarvon puutteessa.



Kuva 2: $\Delta l = kF$