Matematiikan ja tilastotieteen laitos
Vaativuusteoria (Complexity Theory)
Erilliskoe/Huuskonen
19.12.2014

Voit vastata suomeksi, ruotsiksi tai englanniksi. You may answer in Finnish, Swedish, or English.

Allaolevissa tehtävissä Σ merkitsee mielivaltaista äärellistä aakkostoa.
In the problems below, Σ denotes an arbitrary finite alphabet.

1. Esitä säännöt Turingin koneelle, joka hyväksyy kielen $L = \{\sigma b \sigma \mid \sigma \in \{a\}^*\}$. Koneen ei tarvitse olla yksinauhainen.

   Present the rules of a Turing machine that accepts the language $L = \{\sigma b \sigma \mid \sigma \in \{a\}^*\}$. The machine need not be a 1-tape TM.

2. Olkoon $L \subseteq \Sigma^*$ epädeterministisen äärellisen automaatin $M = \langle \mathcal{S}, s_0, \mathcal{R}, \mathcal{F} \rangle$ hyväksymä kieli. Määrittele deterministinen äärellinen automaatti N, joka hyväksyy kielen L. Perustele lyhyesti.

   Let $L \subseteq \Sigma^*$ be the language accepted by a non-deterministic finite automaton $M = \langle \mathcal{S}, s_0, \mathcal{R}, \mathcal{F} \rangle$. Define a deterministic finite automaton N that accepts the language L. Justify briefly.

3. Olkoot $L_1, L_2 \subseteq \Sigma^*$ $\mathcal{NP}$-täydellisiä kieliä. Osoita, että jos $\Sigma^* \setminus L_1 \leq_p L_2$, niin $\Sigma^* \setminus L_2 \leq_p L_1$. Voit pitää tunnettuna kaikkia kurssilla todistettuja väitteitä.

   Let $L_1, L_2 \subseteq \Sigma^*$ be $\mathcal{NP}$-complete languages. Show that if $\Sigma^* \setminus L_1 \leq_p L_2$, then $\Sigma^* \setminus L_2 \leq_p L_1$. You may assume known all claims proven on the course.

4. Olkoon $L \subseteq \{0,1\}^*$ mielivaltainen. Osoita, että $L \in \mathrm{Size}(2^n)$.

   Let $L \subseteq \{0,1\}^*$ be arbitrary. Show that $L \in \mathrm{Size}(2^n)$.

5. Kun $m \in \mathbb{N}$, olkoon $B_m \subseteq [m]$ sellainen, että kielet L_1 ja L_2 kuuluvat luokkaan NSpace(n), missä $[m]$ merkitsee joukkoa $\{1, 2, \ldots, m\}$ ja

$$\begin{aligned} L_1 &= \{k@m \mid k \in B_m\}, \\ L_2 &= \{k@m \mid k = |B_m|\}. \end{aligned}$$

   Osoita, että $\{k@m \mid k \in [m] \setminus B_m\} \in \mathrm{NSpace}(n)$ kuvailemalla yleisellä tasolla sopiva Turingin kone.

For $m \in \mathbb{N}$, let $B_m \subseteq [m]$ such that the languages L_1 and L_2 belong to NSpace(n), where $[m]$ denotes the set $\{1, 2, \ldots, m\}$ and

$$\begin{aligned} L_1 &= \{k@m \mid k \in B_m\}, \\ L_2 &= \{k@m \mid k = |B_m|\}. \end{aligned}$$

Show that $\{k@m \mid k \in [m] \setminus B_m\} \in \text{NSpace}(n)$ by describing a suitable Turing machine in general terms.